1. Reprezentacja wiedzy niepewnej i wnioskowanie w warunkach niepewności

W rzeczywistych zastosowaniach bardzo rzadko zdarza się taka sytuacja, gdy wiedza zawarta w bazie wiedzy systemu ekspertowego jest niesprzeczna, spójna i pewna (a więc na pewno prawdziwa). Często jest tak, że ekspert–człowiek nie jest do końca przekonany o słuszności jakiegoś twierdzenia i nie wie dlaczego uważa je za niepewne. Co więcej, reguły, którymi kieruje się ekspert (np. w medycynie czy ekonomii) są rozmyte [**?**], przybliżone, nieprecyzyjne i trudne do zastosowania w formie języka predykatów czy perceptów (opisanych we wcześniejszych rozdziałach). Eksperci, jak i zwykli ludzie wolą posługiwać się pojęciami nieostrymi, takimi jak „często", „zwykle", „czasami", „rzadko". Jednakże to co przychodzi łatwiej człowiekowi, nie jest łatwym do modelowania komputerowo, zwłaszcza, gdy to samo pojęcie nieostre przez dwóch ekspertów zostanie zupełnie inaczej ocenione i użyte w innych warunkach[1].

Niepewność wiedzy jest – ze względu na problem z interpretacją – zagadnieniem niezwykle istotnym i wartym analizy, zwłaszcza w kontekście systemów wspomagania decyzji, które mają wspomagać ekspertów (a czasami nawet ich zastępować) w procesie podejmowania decyzji. Warto także podkreślić fakt, że niepewność nie musi wynikać jedynie z błędnych interpretacji eksperta, lecz także np. z powodu użycia nieprecyzyjnej aparatury pomiarowej czy braku możliwości wykonania jakiegoś pomiaru (wiedza niepełna).

1.1. Sieci Bayesa

Sieć Bayesa oparta jest na prawdopodobieństwie warunkowym i *twierdzeniu Bayesa* które mówi, że prawdopodobieństwo każdej hipotezy H

[1] W tym względzie interesująca jest lektura pracy [**?**], w której przedstawiono wyniki badań dotyczących rozbieżności w interpretacji pojęć nieprecyzyjnych. Badani mieli przedstawionym pojęciom przypisać stopień „przekonania" będący liczbą naturalną z przedziału $[0, 100]$. Znalazły się tam pojęcia takie jak: *zawsze*, *bardzo często*, *najczęściej*, *zwykle*, *raczej często*, *od czasu do czasu* a także *raz na jakiś czas*,*okazjonalnie*, *prawie nigdy* czy *rzadko* oraz wiele innych. Wyniki były bardzo zróżnicowane nawet dla pojęć, które raczej oznaczają to samo. Przykładowo dla pojęć: *raz na jakiś czas* oraz *okazjonalnie* przypisane były inne wartości przekonania, odpowiednio 15 i 20.

można zdefiniować opierając się na dowodach E za lub przeciw tej hipotezie:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \cdot P(H)}{P(E)}$$

Twierdzenie Bayesa odnosi się do zależności, między obserwacją E, a hipotezą H, reprezentowanej w postaci reguły: *if* E *then* H. Ocena szans potencjalnych wniosków (hipoteza H) na podstawie danych (obserwacji E) jest więc zależna od faktycznego związku przyczynowo–skutkowego między nimi (wartość $P(E|H)$) oraz naszej wiedzy (niewiedzy) przyjętej a priori ($P(E)$ a także $P(H)$).

W praktyce mamy często do czynienia nie z jedną hipotezą, a wieloma (zamiast jednej hipotezy H mamy zbiór hipotez $H_1, H_2, \ldots, H_m$). Jeśli wiemy, że hipotezy są wzajemnie wykluczające się oraz, że $\forall_i P(H_i) > 0$ to twierdzenie Bayesa przyjmuje postać:

$$P(H_j|E) = \frac{P(E|H_j) \cdot P(H_j)}{\sum_i P(E|H_i) \cdot P(H_i)}$$

Wiadomym jest też i to, że zazwyczaj nie jedna, a wiele obserwacji $E_1, \ldots, E_n$ towarzyszy stawianym hipotezom. Wówczas

$$P(H|E_1, \ldots, E_n) = \frac{P(E_1, \ldots, E_n|H) \cdot P(H)}{P(E_1, \ldots, E_n|H)}$$

Zastosowanie powyższego równania w praktyce dla dużej liczby obserwacji jest jednak bardzo trudne, bowiem niezbędna jest znajomość prawdopodobieństw dla wszystkich kombinacji par E_i, E_j, trójek E_i, E_j, E_k, czwórek E_i, E_j, E_k, E_m, itd. Gdy przyjmiemy założenie o warunkowej niezależności obserwacji, która mówi, że

$$P(E_i|H, E_1, E_2, \ldots, E_n) = P(E_i|H)$$

$$P(E_i|E_j) = P(E_i), i \neq j.$$

Wtedy *twierdzenie Bayesa* przyjmie postać:

$$P(H|E_1, \ldots, E_n) = \frac{P(E_1|H)}{P(E_1)} \cdot \ldots \cdot \frac{P(E_n|H)}{P(E_n)} \cdot P(H)$$

Omawiając zagadnienie prawdopodobieństwa warto wspomnieć także o poprawności definiowania *prawdopodobieństwa łącznego* i *warunkowego*. Gdy $P(A)$ oznacza prawdopodobieństwo stwierdzenia A wówczas

$P(A, B)$ oznaczać będzie tzw. *prawdopodobieństwo łączne*, a więc prawdopodobieństwo, że stwierdzenia A i B mogą być jednocześnie prawdziwe. $P(A|B)$ będzie zaś oznaczać *prawdopodobieństwo warunkowe* będące prawdopodobieństwem tego, że stwierdzenie A jest prawdziwe pod warunkiem, że stwierdzenie B jest prawdziwe.

$$P(A, B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Znajomość prawdopodobieństw warunkowych, umożliwia realizację procesu wnioskowania.

Zastosowanie prawdopodobieństw warunkowych do reprezentacji wiedzy niepewnej wydaje się oczywiste. Punktem wyjścia dla różnych metod probabilistycznych jest *twierdzenie Bayesa*. Załóżmy, że mamy zbiór wzajemnie wyłączających się hipotez:

$$H = \{H_1, \ldots, H_n\},$$

dla których jest spełnione

$$P(H_i) > 0, i = 1, 2, \ldots, n.$$

Mamy również do dyspozycji zbiór obserwacji

$$E = \{E_1, \ldots, E_m\}.$$

Każda obserwacja E_i jest niezależna warunkowo względem każdej hipotezy. Rozważmy przykład w którym $n = m = 1$. Mamy zatem jedną obserwację E oraz jedną hipotezę H. Załóżmy, że interesuje nas związek przyczynowo skutkowy pomiędzy obserwacją E a hipotezą H reprezentowany przez regułę:

Jeżeli E to H

co może być przedstawione graficznie następująco:

$$E \longrightarrow H$$

Obserwacja E oraz hipoteza H są reprezentowane przez wierzchołki grafu, natomiast prawdopodobieństwa warunkowe przez krawędź. Reguła taka może być rozpatrywana w modelu *Bayesa* następująco:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$$

Powyższy wzór jest szczególnym przypadkiem wzoru *twierdzenia Bayesa*, który w jednej ze swych postaci może być podany następująco:

$$P(H_i|E_1,\ldots,E_m) = \frac{P(H_i)P(E_1,\ldots,E_m|H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(E_1,\ldots,E_m|H_k)P(H_k)} =$$

$$\frac{\prod_{j=1}^{m} P(E_j|H_i)}{\sum_{k=1}^{n}\prod_{j=1}^{m} P(E_j|H_k)P(H_k)} P(H_i)$$

Powyższy wzór uzyskujemy wykorzystując założoną uprzednio warunkową niezależność każdej obserwacji E_i względem każdej hipotezy, co można opisać wzorem:

$$P(E_1,\ldots,E_m|H_i) = \prod_{j=1}^{m} P(E_j|H_i), \ \ \texttt{dla} \ \ i = 1,\ldots,n$$

W warunkach rzeczywistych nigdy nie występuje jedna reguła, zatem zamiast prostego grafu z jedną krawędzią i dwoma wierzchołkami, otrzymamy sieć. Proces wnioskowania w przypadku sieci Bayesa prezentuje graf będący odpowiednikiem tej sieci.

1.1.1. Definicja sieci Bayesowskiej

Siecią Bayesowską nazywać będziemy trójkę:

$$B = (N, E, CP),$$

gdzie dwójka (N, E) jest zorientowanym *grafem acyklicznym* zbudowanym na podstawie zadanych *prawdopodobieństw warunkowych* zawartych w zbiorze CP, gdzie N to zbiór wierzchołków grafu, E to zbiór krawędzi zaś CP to to zbiór prawdopodobieństw warunkowych określających przejście od jednego wierzchołka grafu do drugiego.

Sieć Bayesa stanowi numeryczny model związków przyczynowo–skutkowych zachodzących między elementami zbioru obserwacji i hipotez. W sieci Bayesowskiej można dokonywać zarówno wnioskowania progresywnego (wnioskowanie w przód), jak i wnioskowania regresywnego (wnioskowanie wstecz).

Sieć Bayesowska jest skierowanym acyklicznym grafem (ang. *directed acyclic graph*, DAG) z węzłami reprezentującymi jakieś zmienne dziedzinowe i krawędziami odpowiadającymi pewnym zależnościom między węzłami. Braki w krawędziach między węzłami odpowiadają warunkowej niezależności.

1.1.2. Model grafowy w sieci Bayesa

Załóżmy, że dany jest zbiór pewnych zmiennych identyfikujących obserwacje i hipotezy. Przyjmijmy również, że nie jest dla nas w tym momencie ważne, które elementy tego zbioru są obserwacjami, a które hipotezami. Niech zbiór tych zmiennych ma następującą postać:

$$N = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$$

Dane są również informacje opisujące związki przyczynowo–skutkowe pomiędzy tymi zmiennymi w postaci zbioru prawdopodobieństw warunkowych CP:

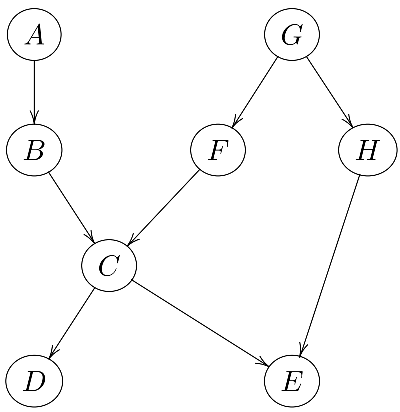
$$CP = \{P(A), P(B|A), P(C|B), P(C|F), P(D|C), P(E|CH), P(F|G),$$

$$P(G), P(H|G)\}$$

Na podstawie tych informacji możemy zbudować graf skierowany, który po uzupełnieniu zbiorem konkretnych wartości prawdopodobieństw warunkowych, przedstawia sieć Bayesa:

$$B = (N, E, CP)$$

gdzie $E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (G, F), (G, H), (F, C), (C, E), (H, E)\}$.



1.2. Metoda współczynników pewności

Metoda współczynników pewności jest jedną z najstarszych i najprostszych metod opisania wnioskowania w przypadku niepewności. Mimo braku podstaw teoretycznych, jest ona często stosowana ze względu na łatwość posługiwania się współczynnikami pewności i łatwość interpretacji systemu opartego na tych współczynnikach.

Model probabilistyczny do zapisu wiedzy niepewnej, okazuje się często niewystarczający. Poczynione założenia o niezależności warunkowej zmiennych oraz sumowaniu wartości prawdopodobieństw dotyczących konkretnej zmiennej do 1, okazują się przydatne w kontekście praktycznym, jednakże bardzo często niedokładne. Jedną z wad metod opartych na *teorii Bayesa* bądź *teorii Dempstera-Shafera* jest umiarkowana zdolność do generowania objaśnień procesu wnioskowania, powodowana wybitnie numerycznym jego charakterem. Istotnymi problemami są również zagadnienia związane np. ze złożonością obliczeniową, jak również pamięciową, procesu wnioskowania. Alternatywnym podejściem może być metoda *współczynników pewności CF* (ang. *certainty factor*), czasami nazywana modelem MYCIN[2].

Metoda ta zakłada rozszerzenie modelu regułowego o pewne numeryczne oszacowanie stopnia pewności eksperta o prawdziwości danej reguły czy też faktu. Taka rozszerzona reguła może mieć postać:

Jeżeli E_1 i E_2 i ... i E_n to H ze współczynnikiem pewności CF

gdzie $E_1, E_2, \ldots, E_n$ to przesłanki reguły, a H to konkluzja.

Inna jest jednak koncepcja wnioskowania oraz reprezentacji współczynnika CF. W systemach zbliżonych do modelu MYCIN wnioskowanie odbywa się w sposób klasyczny, z wykorzystaniem interpretera reguł produkcji, który w systemie MYCIN pracuje w trybie wnioskowania wstecz. W trakcie tego procesu, niepewność jest uwzględniona w kolejnych krokach wnioskowania poprzez obliczenie współczynnika pewności poszczególnych konkluzji. Proces ten ma jednak charakter pomocniczy i to nie on steruje procesem wnioskowania. Główną rolę odgrywa tutaj interpreter reguł. Innymi słowy, przetwarzanie niepewności jest procesem równoległym, mającym na celu określenie stopnia pewności konkluzji generowanych przez interpreter reguł. Przypomnijmy, że w systemach Bayesowskich (i podobnych) to mechanizm przetwarzania wiedzy niepewnej decydował o konkluzji i określał pewne numeryczne oszacowanie jej pewności (w postaci prawdopodobieństw czy elementarnej funkcji prawdopodobieństwa Dempstera-Shafera). Autorzy systemu MYCIN podają, że współczynnik pewności CF pozwala na połączenie stopnia wiedzy oraz niewiedzy i odwzorowanie ich w postaci jednej liczby. Do odwzorowania wiedzy służy tutaj współczynnik mB zwany *miarą wiarygodności*. Do opisania niewiedzy służy zaś współczynnik mD zwany

[2] W 1975 r. autorzy [?] przedstawili system MYCIN wraz z modelem tzw. współczynników pewności CF.

miarą niewiarygodności. Zarówno współczynnik CF jak i współczynniki mB oraz mD są wiązane z regułą. Dla reguły postaci: „Jeżeli E to H" współczynniki będą określone odpowiednio jako $mD(H, E)$ i $mB(H, E)$ oraz CF. Współczynnik CF jest zdefiniowany jako różnica między miarą wiarygodności a miarą wątpliwości:

$$CF = mB(H, E) - mD(H, E).$$

Interpretacja miar wiarygodności i niewiarygodności może być następująca:
— jeżeli $P(H|E) = 1$, to H jest prawdziwe na pewno pod warunkiem, że E jest prawdziwe, $mB(H, E) = 1$, $mD(H, E) = 0$ oraz $CF = 1$,
— jeżeli $P(\neg H|E) = 1$, to H jest fałszywe na pewno pod warunkiem, że E jest prawdziwe„ $mB(H, E) = 0$, $mD(H, E) = 1$, oraz $CF = -1$,
— jeżeli $P(H|E) = P(H)$, to znaczy, że H i E są niezależne, $mB(H, E) = 0$ oraz $mD(H, E) = 0$, $CF = 0$.
Wartość współczynnika CF należy do przedziału $[-1, +1]$. Dodatnie wartości odpowiadają wzrastaniu wiarygodności hipotezy, natomiast ujemne odpowiadają zwiększaniu się wątpliwości.

Model współczynników CF to raczej model heurystyczny, ponieważ wyraża miarę przekonania eksperta, zamiast matematycznie spójnych wartości prawdopodobieństwa.

Model współczynnika pewności CF wprowadza uproszczenie obliczeń w stosunku do podejścia opartego na *twierdzeniu Bayesa.* Jeśli baza wiedzy składa się z reguł postaci „Jeżeli E to H", to każda reguła opatrzona jest współczynnikiem pewności CF. Wówczas kluczowym elementem wnioskowania w zbiorze reguł jest mechanizm *propagacji niepewności.*

Skoro zarówno reguła jak i sama jej przesłanka może mieć przypisany współczynnik pewności, to konkluzja reguły jest obarczona niepewnością wynikającą zarówno z niepewności przesłanki, jak również ze współczynnika CF samej reguły. Końcowy współczynnik pewności wyznaczany jest w następujący sposób:

$$CF(H, E) = CF(E) \cdot CF$$

gdzie: $CF(E)$ jest współczynnikiem pewności przesłanki, zaś CF jest współczynnikiem pewności reguły „Jeżeli E to H".
W przypadku, gdy przesłanka reguły zawiera wyrażenie zawierające operator AND ($\wedge$):

Jeżeli $E_1 \wedge E_2$ to H ze stopniem pewności CF

to współczynnik pewności konkluzji H wyznaczany jest w następujący sposób:

$$CF(H, E_1 \wedge E_2) = \min\{CF(E_1), CF(E_2)\} \cdot CF$$

W przypadku, gdy przesłanka reguły zawiera wyrażenie zawierające funktor OR ($\vee$):

Jeżeli $E_1 \vee E_2$ to H ze stopniem pewności CF

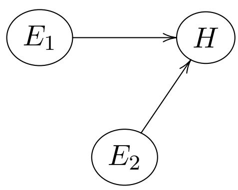
to współczynnik pewności konkluzji H wyznaczany jest w następujący sposób:

$$CF(H, E_1 \vee E_2) = \max\{CF(E_1), CF(E_2)\} \cdot CF$$

W przypadku, gdy hipoteza H jest konkluzją więcej niż jednej reguły:

Jeżeli E_1 to H ze stopniem pewności CF_1
Jeżeli E_2 to H ze stopniem pewności CF_2

co ilustruje rysunek:



współczynnik pewności obliczamy ze wzoru:

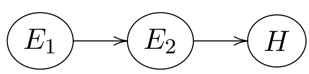
$$CF(H, E_1, E_2) =$$

$$= \begin{cases} CF(H, E_1) + CF(H, E_2) - \\ -CF(H, E_1) \cdot CF(H, E_2) & \text{dla } CF(H, E_1) \geqslant 0, CF(H, E_2) \geqslant 0 \\ \\ CF(H, E_1) + CF(H, E_2) + \\ +CF(H, E_1) \cdot CF(H, E_2) & \text{dla } CF(H, E_1) < 0, CF(H, E_2) < 0 \\ \\ \frac{CF(H,E_1)+CF(H,E_2)}{1-\min\{|CF(H,E_1)|,|CF(H,E_2)|\}} & \text{dla } CF(H, E_1) \cdot CF(H, E_2) < 0 \end{cases}$$

W przypadku połączenia „szeregowego” reguł:

Jeżeli E_1 to E_2 ze stopniem pewności CF_1
Jeżeli E_2 to H ze stopniem pewności CF_2

co można przedstawić graficznie:



stosujemy wzór:

$$CF(H, E_1E_2) = CF(E_2, E_1) \cdot CF_2$$

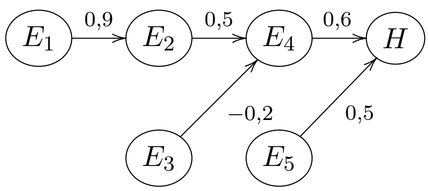
Wnioskowanie w modelu współczynnika pewności CF odbywa się w oparciu o działanie interpretera reguł.

W czasie wnioskowania następuje przechodzenie od reguły do reguły, czego efektem jest budowa drzewa wywodu odwzorowującego wybrane i uaktywnione reguły oraz ich kolejność. W trakcie tego procesu nastąpić musi równoległy proces obliczania współczynników pewności i propagowania niepewności, co jest wynikiem odpowiednich złożeń jakim podlega współczynnik CF w trakcie budowy drzewa wywodu.

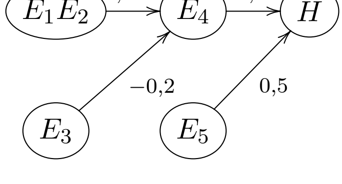
Metoda obliczania współczynnika pewności CF doczekała się wielu modyfikacji. Różni autorzy podają własne interpretacje metod obliczania i propagacji tego współczynnika, metoda przedstawiona w tym opracowaniu jest zatem jedną z możliwych. Zastosowanie przedstawionych wyżej formuł ilustrują przykłady podane poniżej.

Przykład

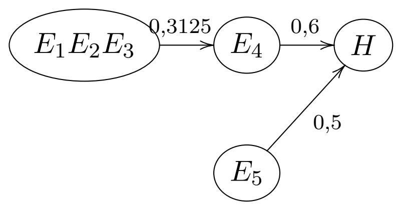
Przykład 1 zawiera sieć wnioskowania oraz współczynniki pewności przedstawione w postaci grafu. Zakładamy, że współczynniki pewności dla węzłów E_1, E_3, E_5 są równe 1. W poszczególnych krokach dokonano redukcji sieci, tak aby obliczyć współczynnik pewności hipotezy H.



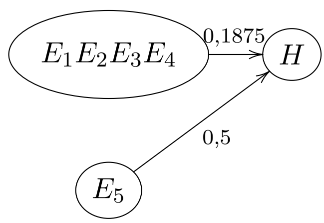
$$CF(E_4, E_1, E_2) = 0,9 \cdot 0,5 = 0,45$$



$$CF(E_4, E_1, E_2, E_3) = \frac{0,45 + (-0,2)}{1 - \min\{|0,45|, |-0,2|\}} = \frac{0,25}{0,8} = 0,3125$$



$$CF(H, E_1, E_2, E_3, E_4) = 0,3125 \cdot 0,6 = 0,1875$$



$$CF(H, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5) = 0,1875 + 0,5 - 0,1875 \cdot 0,5 = 0,5937$$